

Avansert reguleringssteknikk

Vedlegg til øving 10

Prosessbeskrivelse: DESTILLASJON

(separasjon av en blanding av to komponenter)

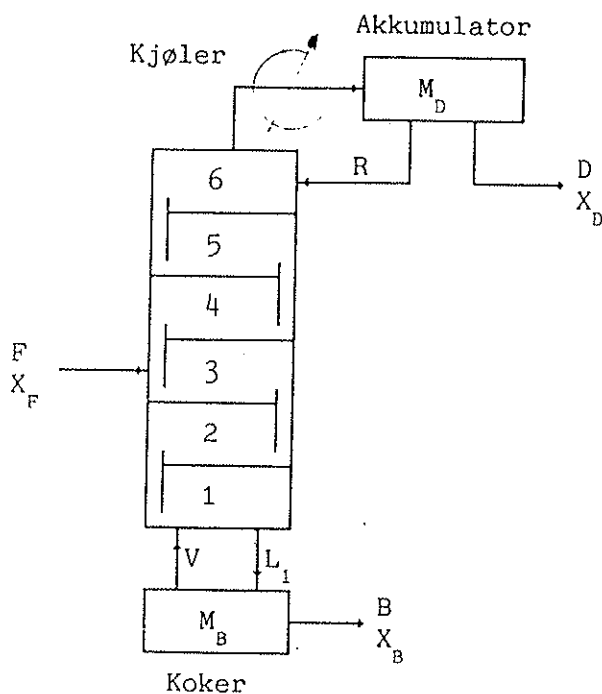


Fig. a: Prosessen

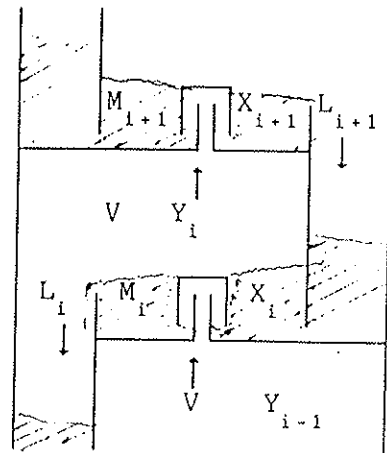


Fig. b: Detalj av trinn i

Symbolbeskrivelse.

Pådrag

$U_2 = V$ [mol/s] - dampstrøm. Antas lik på alle trinn. Dette er en god tilnærming dersom stoffene har tilnærmet lik fordampningsvarme.

$U_1 = R$ [mol/s] - reflux. R har stor innvirkning på renheten av X_D

Forstyrrelser

$V_1 = F$ [mol/s] - fødestrømtilførsel.

$V_2 = X_F$ - konsentrasjon av flyktigste komponent i fødestrømmen.

Andre størrelser

- B [mol/s] - bunnproduktstrøm
- D [mol/s] - destillatstrøm
- L_i [mol/s] - væskestrømmer i kolonnen
- M_i [mol/s] - væskemengde på trinnene
- X_i - konsentrasjon av flyktigste komponent på trinn i. (Egentlig molfraksjon $X_i = \frac{C_i}{C}$, $C = \sum C_i$)
- Y_i - konsentrasjon i dampfasen

Modellering

Med utgangspunkt i fig. b kan man sette opp følgende masse- og komponentbalanse:

$$\dot{M}_i = L_{i+1} - L_i + V - V = 0 \tag{1}$$

$$\frac{d}{dt} (M_i X_i) = L_{i+1} X_{i+1} - L_i X_i + V Y_{i-1} - V Y_i = \dot{M}_i X_i \tag{2}$$

Vi har her neglisjert dynamikken i væskemengden på trinnet, samt dampmengden på trinnet.

Definerer nå relativ flyktighet α som:

$$\alpha = \frac{Y_A / X_A}{Y_B / X_B} \left\{ \begin{array}{l} \alpha \text{ er uavhengig av konsentrasjonene for mange binære} \\ \text{blandinger. (Blanding av 2 komponenter.)} \end{array} \right. \tag{3}$$

For binære blandinger har man

$$X_A + X_B = 1 \quad \text{og} \quad Y_A + Y_B = 1 \tag{4}$$

Setter nå (4) inn i (3) og får følgende sammenheng mellom Y_i og X_i for komponent A.

$$Y_i = \frac{\alpha X_i}{1 + (\alpha - 1) X_i} \tag{5}$$

Et uttrykk for væskemengden M_i på trinnet er

$$M_i = M_{o1} + \frac{L_i}{K} \tag{6}$$

der K er en konstant med enhet $[s^{-1}]$ og som er et mål for hvor fort et overskudd av væske renner av trinnet. M_{o1} er den væskemengde det er mulig å fylle i trinnet (karet) før det renner over.

Fra (1) får man følgende stasjonære væskestrømsprofil,

$$\begin{array}{ll}
 B = R + F - V & L_4 = R \\
 L_1 = R + F & L_5 = R \\
 L_2 = R + F & L_6 = R \\
 L_3 = R + F & D = V - R
 \end{array} \quad (7)$$

(2), (5), (6) og (7) er nå en komplett modell for beskrivelse av konsentrasjonen X_i på trinn i .

$$\dot{X}_i = \frac{V}{M_i} \frac{\alpha X_{i-1}}{1+(\alpha-1)X_{i-1}} - \frac{L_i}{M_i} X_i - \frac{V}{M_i} \frac{\alpha X_i}{1+(\alpha-1)X_i} + \frac{L_{i+1}}{M_i} X_{i+1} \quad (8)$$

der M_i er gitt ved (6).

Ved en eventuell linearisering kan man med fordel anta at M_i konstant. Med utgangspunkt i (8) kan man nå sette opp de 8 differensiallikningene som beskriver konsentrasjonene i prosessen. Det blir kun små modifikasjoner for kokeren, fødetrinnet og akkumulatoren.

Modell

1. Koker

$$\dot{X}_B = - \frac{F+R-V}{M_B} X_B - \frac{V}{M_B} \frac{\alpha X_B}{1+(\alpha-1)X_B} + \frac{R+F}{M_B} X_1 \quad (9)$$

2. Trinn $i=1,2$ $X_0=X_B$

$$\dot{X}_i = \frac{V}{M_i} \frac{\alpha X_{i-1}}{1+(\alpha-1)X_{i-1}} - \frac{R+F}{M_i} X_i - \frac{V}{M_i} \frac{\alpha X_i}{1+(\alpha-1)X_i} + \frac{R+F}{M_i} X_{i+1} \quad (10)$$

3. Fødetrinnet $i=3$

$$\dot{X}_3 = \frac{V}{M_3} \frac{\alpha X_2}{1+(\alpha-1)X_2} - \frac{R+F}{M_3} X_3 - \frac{V}{M_3} \frac{\alpha X_3}{1+(\alpha-1)X_3} + \frac{R}{M_3} X_4 + \frac{FX_F}{M_3} \quad (11)$$

4. Trinn $i = 4, 5, 6$ $X_7 = X_D$

$$\dot{X}_i = \frac{V}{M_i} \frac{\alpha X_{i-1}}{1 + (\alpha - 1) X_{i-1}} - \frac{R}{M_i} X_i - \frac{V}{M_i} \frac{\alpha X_i}{1 + (\alpha - 1) X_i} + \frac{R}{M_i} X_{i+1} \quad (12)$$

5. Akkumulator

$$\dot{X}_D = \frac{V}{M_D} \frac{\alpha X_6}{1 + (\alpha - 1) X_6} - \frac{V}{M_D} X_D \quad (13)$$

Merk

En test på om du har programmert/løst modellen rett kan gjøres ved å sjekke om systemets totale massebalanse er oppfylt. (se figur a)

Total statistisk massebalanse : $F = B + D$

Total statistisk komponentbalanse : $FX_F = BX_B + DX_D$ (14)

Linearisering:

$$\dot{\Delta x} = A \Delta x + B \Delta u + C \Delta v$$

For enkelhetsskyld antas M_i konstant (se(6)) under lineariseringen. Feilen er neglisjerbar.

$$\Delta u = \begin{bmatrix} R & -R^S \\ V & -V^S \end{bmatrix}, \quad \Delta v = \begin{bmatrix} F & -F^S \\ X_F & -X_F^S \end{bmatrix}$$

$$\Delta x = \begin{bmatrix} X_B - X_B^S \\ X_1 - X_1^S \\ X_2 - X_2^S \\ X_3 - X_3^S \\ X_4 - X_4^S \\ X_5 - X_5^S \\ X_6 - X_6^S \\ X_D - X_D^S \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{B^S + V^S K_B^S}{M_B^S} & \frac{Q^S}{M_B^S} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{V^S K_B^S}{M_1^S} & \frac{Q^S + V^S K_1^S}{M_1^S} & \frac{Q^S}{M_1^S} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{V^S K_1^S}{M_2^S} & -\frac{Q^S + V^S K_2^S}{M_2^S} & \frac{Q^S}{M_2^S} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{V^S K_2^S}{M_3^S} & -\frac{Q^S + V^S K_3^S}{M_3^S} & \frac{R^S}{M_3^S} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{V^S K_3^S}{M_4^S} & -\frac{R^S + V^S K_4^S}{M_4^S} & \frac{R^S}{M_4^S} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{V^S K_4^S}{M_5^S} & -\frac{R^S + V^S K_5^S}{M_5^S} & \frac{R^S}{M_5^S} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{V^S K_5^S}{M_6^S} & -\frac{R^S + V^S K_6^S}{M_6^S} & \frac{R^S}{M_6^S} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{V^S K_6^S}{M_D^S} & -\frac{V^S}{M_D^S} \end{bmatrix}$$

Der $K_1^S = \frac{\alpha}{(1 + (\bar{\alpha} - 1)X_1^S)^2}$, $Q^S = R^S + F^S$, S - indikerer stasjonærverdier

A-matriza er tridiagonal. Antall elementer $\neq 0$ er: $N + 2(N-1) = 22$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{X_1^S - X_B^S}{M_B} & \frac{X_B^S - Y_B^S}{M_B} \\ \frac{X_2^S - X_1^S}{M_1} & \frac{Y_B^S - Y_1^S}{M_1} \\ \frac{X_3^S - X_2^S}{M_2} & \frac{Y_1^S - Y_2^S}{M_2} \\ \frac{X_4^S - X_3^S}{M_3} & \frac{Y_2^S - Y_3^S}{M_3} \\ \frac{X_5^S - X_4^S}{M_4} & \frac{Y_3^S - Y_4^S}{M_4} \\ \frac{X_6^S - X_5^S}{M_5} & \frac{Y_4^S - Y_5^S}{M_5} \\ \frac{X_D^S - X_6^S}{M_6} & \frac{Y_5^S - Y_6^S}{M_6} \\ 0 & \frac{Y_6^S - X_D^S}{M_D} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \frac{X_1^S - X_B^S}{M_B} & 0 \\ \frac{X_2^S - X_1^S}{M_1} & 0 \\ \frac{X_3^S - X_2^S}{M_2} & 0 \\ \frac{X_F^S - X_3^S}{M_3} & \frac{F^S}{M_3} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Stasjonært vil også sammensetningen av stoffet i akkumulatoren være den samme som i dampen som forlater trinn 6. Slik at $X_D^S = Y_6^S$ og dermed blir elementet nederst til høyre i B lik 0.

Merk, parring,

$$B \begin{bmatrix} R \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ V \end{bmatrix}$$

⇓

$$\bar{B} \begin{bmatrix} V \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_2 & b_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ R \end{bmatrix}$$

Distillation column data.

Assumptions

- Constant molar flows
- No vapor holdup (immediate vapor response)
- Vapor liquid equilibrium and perfect mixing on all trays

Column constants

Number of equilibrium (theoretical) trays excluding the reboiler $N = 6$

Feed tray location $N_F = 3$

Liquid in reboiler $M_{0B} = 10 \text{ mol}$

Liquid holdup on each tray $M_{0i} = 5 \text{ mol}, i = 1, \dots, N$

Liquid holdup in accumulator $M_{0D} = 10 \text{ mol}$

Relative volatility $\alpha = 2.993$

Hydraulic tray constant $K = 30 \frac{1}{\text{min}}$

Control input to the system

Reflux $R = 2.0 \frac{\text{mol}}{\text{min}}$

Vapor flow $V = 2.5 \frac{\text{mol}}{\text{min}}$

Disturbances to the system

Feed flow $F = 1.0 \frac{\text{mol}}{\text{min}}$

Mole fraction of light component in feed $x_F = 0.5$

The stationary composition profile is given by

$$\underline{x}^s = [0.04 \quad 0.1 \quad 0.21 \quad 0.38 \quad 0.57 \quad 0.76 \quad 0.89 \quad 0.96]^T$$

Linearizing the non-linear model around the stationary values gives the following time invariant linear model where the state vector

$\underline{x} = (dx_1, \dots, dx_{N+1})^T$, control input vector $\underline{u} = (dR, dV)^T$ and disturbance input vector $\underline{v} = (dF, dx_F)^T$ are deviations around stationary values

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B\underline{u} + C\underline{v}$$

where the matrices A, B and C are given below

$$A = \begin{bmatrix} -0.69 & 0.30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.26 & -1.61 & 0.59 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.02 & -1.31 & 0.59 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.72 & -1.06 & 0.39 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.48 & -0.72 & 0.39 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.32 & -0.63 & 0.39 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.23 & -0.59 & 0.39 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.10 & -0.25 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.006 & -0.007 \\ 0.022 & -0.027 \\ 0.033 & -0.039 \\ 0.037 & -0.039 \\ 0.037 & -0.029 \\ 0.026 & -0.021 \\ 0.014 & -0.011 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0.0059 & 0 \\ 0.0224 & 0 \\ 0.0327 & 0 \\ 0.0236 & 0 \\ 0 & 0.1961 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```

function [x,u,z,t]=dcolpi(v,tf);
% [x,u,z,t]=dcolpi(v,tf);
% Purpose:
% Simulate the distillation column with multivariable PI control.
% On input
% v the disturbance time series,
% v=[R^1 V^1; R^2 V^2; ...; R^N V^N]
% i.e. a (N x 2) matrix where N is the number of samples.
% tf final time. This function simulate the system from t=0 to t=tf.
% Default is tf=400 if not specified.

if nargin == 1; tf=400; end
if tf < 0
    disp('ERROR: final time should be positive');
    return;
end
N=length(v);
if N > 1
    t=0:(N-1); t=t'; t=t*tf/(N-1);
else
    sp('WARNING: number of samples (N) should satisfy N > 1');
    return;
end

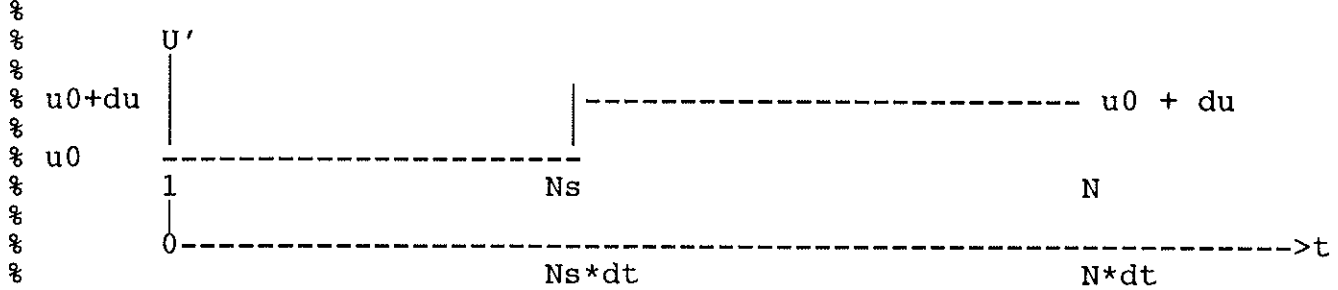
% Get steady state compositions, inputs and disturbances
[x0,u0,v0]=ssprof([2;2.5],[1.0;0.5],0);
%
% Get linearized model matrices
[a,b,c,d]=fx2abcd(x0,u0,v0);
%
% Multivariable PI-controller
at=[a;d]; at=[at,zeros(10,2)]; bt=[b;zeros(2,2)];
q=diag([10^5,0,0,0,0,0,0,10^4,200,20]); p=diag([1,1]);
g=lqr(at,bt,q,p); g=-g; g1=g(:,1:8); g2=g(:,9:10);
%
% Closed loop system from setpoint (xs) and disturb. (v) to outputs [x;z]
ac=[a+b*g1,b*g2;d,zeros(2,2)]; bc=[c,-(a+b*g1);zeros(2,2),-d];
dc=eye(10); ec=zeros(10,10);
%
xs=x0*ones(1,N); xs=xs';
us=u0*ones(1,N); us=us';
vs=v0*ones(1,N); vs=vs';
dv=v-vs;
yc=lsim(ac,bc,dc,ec,[dv,xs],t,[x0;0;0]);
%
x=yc(:,1:8); z=yc(:,9:10);
dx=x-xs;
du=g1*dx'+g2*z'; u=du'+us;

subplot(211), plot(t,x(:,1))
grid
xlabel('[s]');
ylabel('x1');
title('x1: Bottom product composition')
%
subplot(212), plot(t,x(:,8))
grid
xlabel('[s]');
ylabel('x8');
title('x8: Top product composition')

```



```
function [U,t]=ts4u(u0,du,N,Ns,dt);
% [U,t]=ts4u(u0,du,N,Ns,dt);
% Purpose
% To make the following step time serie.
```



```
if nargin==0;
    u0=2.0; du=0.2; N=2000; Ns=20; dt=0.2;
end
u0=fchan('Signal mean value:',u0);
du=fchan('Signal step change:',du);
N=fchan('Number of samples : ',N);
Ns=fchan('Step change at sample no.:',Ns);
dt=fchan('Sampling time:',dt);
U=ones(N,1)*u0;
[n,m]=size([Ns:N,1]);
U(Ns:N,1)=U(Ns:N,1)+ones(n,1)*du;
t=0:(N-1); t=t'; t=t*0.2;
```