Delprøve i fag A3802 Avansert reguleringsteknikk med programmering torsdag 13. oktober 2005 kl. 10.15-12.15

Delprøven består av: 2 oppgaver.
Oppgaven teller 30 % av sluttkarakteren.
Det er 3 sider i delprøven.
Tillatte hjelpemidler: vedlegg til oppgaven

Faglig kontakt under prøven:
Navn: David Di Ruscio
Tlf: 51 68, Rom: B249

Masterstudiet i Kybernetikk og industriell IT
Institutt for elektro, IT og kybernetikk
Avdeling for teknologiske fag
Høgskolen i Telemark
N-3914 Porsgrunn

Oppgave 1 (12%): Diverse spørsmål

a) Gitt et propert system

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, && (1) \\ y &= Dx + Eu. && (2) \end{aligned}$$

- Hvordan kan vi benytte den generaliserte egenverdimetoden til å finne transmisjons-nullpunktene til systemet?
- Anta at

  $$A = -0.5, \;\; B = 1, \;\; D = 1, \;\; E = -0.5 \tag{3}$$

  Finn nullpunktene til systemet ved hjelp av den generaliserte egenverdimetoden.

b) Gitt et system, $y = H(s)u$, der systemets transfermatrise er

$$H(s) = \begin{bmatrix} \frac{s-2}{(s+1)(s+3)} & -\frac{1}{(s+4)(s+2)} \\ \frac{s-2}{(s+1)(s+3)} & \frac{2(s-2)}{(s+4)(s+2)} \end{bmatrix} \tag{4}$$

- Bestem systemets polpolynom $\pi(s)$ og systemets poler.
- Bestem systemets nullpunktspolynom $\rho(s)$ og systemets nullpunkter.

c) Hva menes med en styrbarhetsgramian-matrise, $W_c(t)$, for systemet $\dot{x} = Ax + Bu$? og hva kan man benytte styrbarhetsgramian-matrisen til?

Merk: dersom du ikke husker formler så forklar det du vet!

Oppgave 2 (18%) (LQ optimalregulering)

a) Anta at vi har en prosess som vi modellerer med en tilstandsrommodell av formen

$$\dot{x} = Ax + Bu, \tag{5}$$

der initialtilstandsvektoren, $x(t_0)$, er kjent.

Anta at vi har gitt en objektfunksjon

$$J = \frac{1}{2}x(t_1)^T Sx(t_1) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_1} (x^T Qx + u^T Pu)dt. \tag{6}$$

Utled og finn et uttrykk for det optimale pådraget, $u(t)^* \; \forall \; t_0 \leq t \leq t_1$, for prosessen i (5) som minimaliserer objektfunksjonen (6). Svaret skal bla bestå av en Riccatiligning med grensebetingelse.

b) Anta nå at vi har gitt en objektfunksjon med stor eller uendelig tidshorisont

$$J = \frac{1}{2}\int_{0}^{\infty} (x^T Qx + u^T Pu)dt. \tag{7}$$

Hva blir nå løsningen på optimalreguleringsproblemet? Du kan benytte resultatene fra punkt 2a).

c) Anta nå at vi modellerer prosessen med en proper tilstandsrommodell av formen

$$\dot{x} = Ax + Bu, \tag{8}$$
$$y = Dx + Eu. \tag{9}$$

der initialtilstandsvektoren, $x(t_0)$, er kjent.

Anta videre at vi har gitt en objektfunksjon

$$J = \frac{1}{2}x(t_1)^T Sx(t_1) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_1} (y^T Qy + u^T Pu)dt. \tag{10}$$

Finn et uttrykk for det optimale pådraget for prosessen i (8) og (9) som minimaliserer objektfunksjonen (10).

d) Anta at vi ønsker å lage et program for å simulere systemet.

- Vis hvordan en diskret versjon av ligningene, $\dot{x} = Ax + Bu$, $y = Dx + Eu$ og $u = Gx$, kan implementeres i en *for-løkke*. Vi antar en konstant regulatormatrise G.
- Hvilke initialverdier må spesifiseres i forrkant av *for-løkken* ?

Merk: Rekkefølgen på ligningene i *for-løkka* er viktig! Benytt eksplisitt Euler for diskretiseringen.

Vedlegg

Kontinuerlig optimalregulering

$$\dot{x} = f(x,u,t) \tag{11}$$

$$J = S(x(t_1)) + \int_{t_0}^{t_1} L(x,u,t)dt \tag{12}$$

Det kontinuerlige maksiumumsprinsippet

$$H = L + p^T f \tag{13}$$

$$\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial x} \tag{14}$$

$$p(t_1) = \frac{\partial S}{\partial x}|_{t_1} \tag{15}$$

Diskret optimalregulering

$$x_{k+1} - x_k = f(x_k, u_k, k) \tag{16}$$

$$J_i = S(x_N) + \sum_{k=i}^{N-1} L(x_k, u_k, k) \tag{17}$$

Det diskrete maksiumumsprinsippet

$$H_k = L(x_k, u_k, k) + p_{k+1}^T (x_{k+1} - x_k) \tag{18}$$

$$p_{k+1} - p_k = -\frac{\partial H_k}{\partial x_k} \tag{19}$$

$$p_N = \frac{\partial S}{\partial x_N} \tag{20}$$

Derivasjonsregler

$$\frac{\partial}{\partial x}(Qx) = Q^T \tag{21}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(x^T Q x) = Qx + Q^T x \tag{22}$$